

LA TROMPETA DE TORRICELLI

Dimensiones

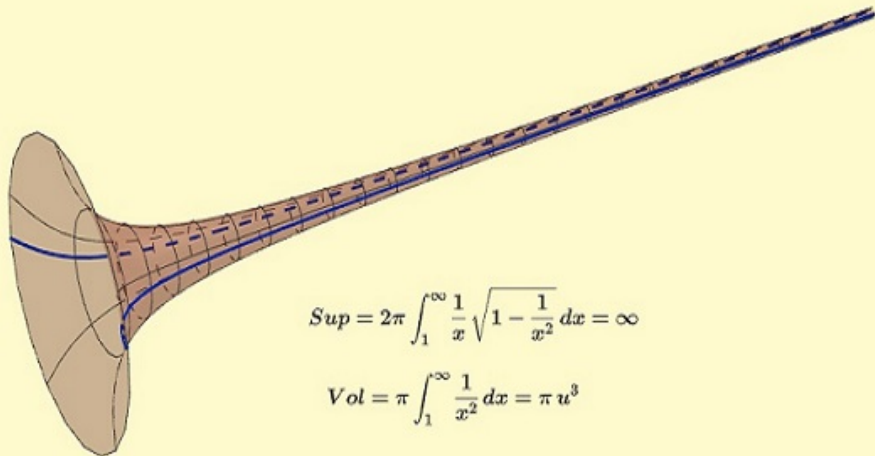
Claudio Martínez Gil

IES Benjamín de Tudela

March 13, 2026



La imagen



- Que hablen los que saben
- Pequeña biografía
- Cuerno de Gabriel
- A vueltas con el infinito
- La paradoja
- Fractales
- Dimensión fractal
- Bibliografía

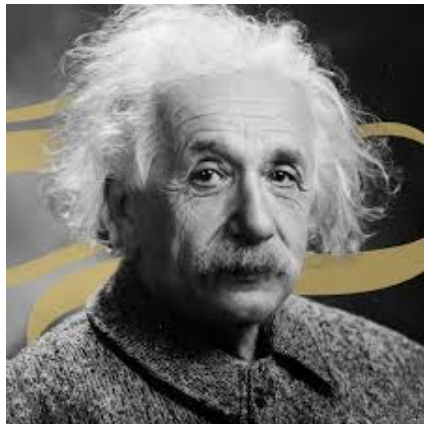
Que hablen los que saben



*"El día que Vd. no se haya
reído es un día perdido."*

Groucho Marx

Que hablen los que saben (2)



"No se preocupen por sus problemas con las Matemáticas, los míos son todavía mayores."

Albert Einstein

Que hablen los que saben (3)



"Prefiero intentar entretener con la esperanza de que aprendan, que intentar que aprendan con la esperanza de que se entretengan"

Walt Disney

Biografía de Evariste Torricelli (1)



Nace el 15 de octubre de 1608 en Faenza. Fue uno de esos científicos renacentistas capaz de abarcar amplias ramas del saber, si bien es conocido como físico.

Torricelli se convirtió en secretario de Castelli. Más tarde fue encargado por el propio Castelli para sustituirle en sus clases. En una de esas ausencias, Galileo escribió una carta a Castelli, que, al encontrarse fuera de Roma, contestó Torricelli.

Biografía de Evariste Torricelli (2)

Éste estaba deseoso de establecer un contacto científico con él y aprovechó para informarle de sus trabajos matemáticos.

Vivió con Galileo apenas tres meses, pues el 8 de enero del siguiente año de 1642, moría Galileo. En 1643, descubrió Torricelli el principio del barómetro, que demostraba la existencia de la presión atmosférica.

El cálculo integral en Torricelli aborda los problemas de cuadraturas con sumo cuidado, habida cuenta de las críticas sufridas por Cavalieri. En 1641, obtiene Torricelli uno de sus resultados más originales, demostrando que la rotación de curvas de longitud infinita puede producir sólidos de volumen finito.

Cuerno de Gabriel



El nombre 'cuerno de Gabriel' se debe a la asociación con la tradición cristiana donde el arcángel Gabriel toca un cuerno para anunciar el Día del Juicio Final.

Esta figura geométrica posee una superficie infinita pero un volumen finito, lo que se relaciona con la idea de lo divino (infinito) asociado con lo terrenal (finito).

En la tradición cristiana, Gabriel es el arcángel que toca la trompeta para anunciar el fin del mundo.

Se transmite la idea de algo infinito (la superficie) conectado a algo finito (el volumen). Es una representación de lo divino y lo terrenal.

El infinito (1)

Cada vez recorremos la mitad de la distancia. ¿Llegamos? La suma de todas estas mitades progresivas ($1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$) dará como resultado la distancia completa, en lugar de un valor infinito.



En Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/frngtswx>

El infinito (2)

- 1 Números Reales ($\mathbb{R}$): Números que pueden ser representados en una recta
- 2 Infinito Positivo ($+$): Representa un valor mayor que cualquier número real.
- 3 Infinito Negativo ($-$): Representa un valor menor que cualquier número real.
- 4 Orden: $\mathbb{R}$ extendido está totalmente ordenado, con la relación $a < +\infty$ para todo a en $\mathbb{R}$.

Realidad - Modelo

Podemos ver de forma sencilla la diferencia entre modelo y realidad con este applet: <https://www.geogebra.org/m/dacdqwac>



La definición

La Trompeta de Torricelli se genera al girar alrededor del eje X la gráfica de la función:

$$f(x) = 1/x \quad (x \geq 1)$$

$$Sup = 2\pi \int_1^{\infty} \frac{1}{x} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} dx = \infty$$

$$Vol = \pi \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \pi u^3$$

La puedes ver tanto de forma estática como de forma dinámica en:
[Trompeta de Torricelli. Geogebra](#)

La paradoja (1)

Se puede rellenar el embudo con una cantidad finita de pintura (pintando la superficie interna), pero nunca se podría pintar toda su superficie interna con la misma cantidad de pintura.



La paradoja (2)

La paradoja surge al considerar la pintura de este objeto: aunque el volumen finito sugiere que se puede llenar con una cantidad finita de pintura, el área infinita de su superficie implicaría la necesidad de una cantidad infinita de pintura para cubrirla.

La paradoja surge de una idealización matemática. En la realidad, una trompeta no puede ser infinitamente larga ni infinitamente estrecha. El tamaño de una molécula de pintura impediría que la pintura cubriera todas las partes internas de la trompeta.

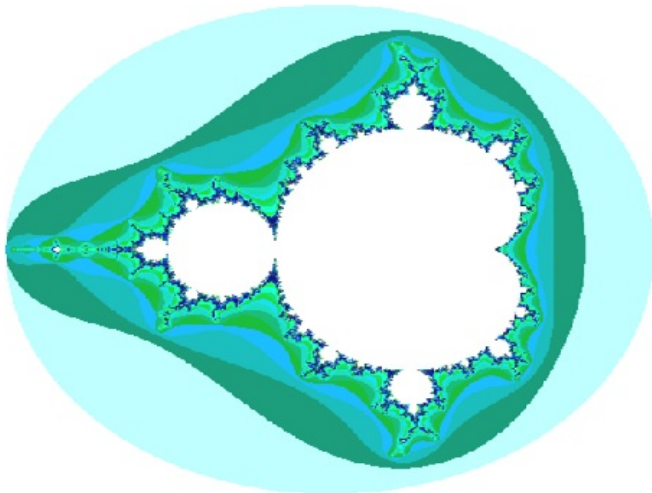
La Relación Superficie-Volumen: Siempre hay que poner una cierta capa de pintura, con lo que repartimos volumen. Imposible que con ese volumen finito pintemos la trompeta.

De otra forma: **Eduardo Sáez de Cabezón. Trompeta de Torricelli**

Brócoli



Mandelbrot's example



Cristales helados



Atractor de Lorenz



Peacock



Fractal 6

Ramas de árbol



Benoît Mandelbrot

Benoit Mandelbrot (1967): *"How long is the british coastline?"*





Il est le principal représentant de la Géométrie Fractale. Il a montré comment les fractals apparaissent en nombreux domaines, en Mathématiques et, surtout, dans la nature.

Fractal vient du latin fractus, que signifie frappé ou fracturé.

His main book is "*The Fractal Geometry of Nature*" (1982)

Características de los fractales:

- 1 Estructura que se repite en escalas cada vez más pequeñas.
- 2 Es demasiado irregular para ser descrita por la Geometría Euclídea.
- 3 Estructura que es dividida en partes, cada una de las cuales es (al menos aproximadamente) una copia de tamaño reducido de la estructura original.
- 4 No son diferenciables en ningún punto.

De otra forma: [Eduardo Sáez de Cabezón. Definición](#)

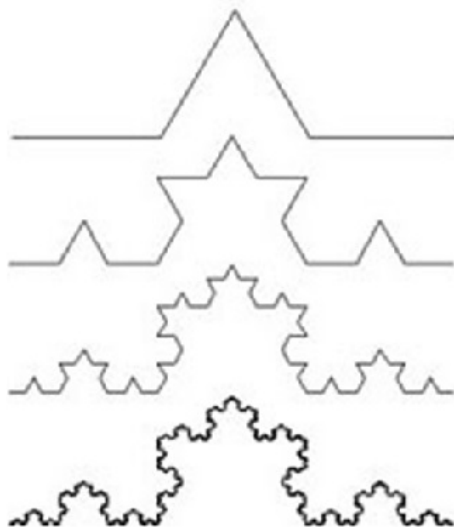
Tenemos un objeto para el que necesitamos ensamblar N copias para construir una versión más grande con un factor de escala S

La dimensión fractal del objeto se define como el número real positivo d , que cumple:

$$S^d = N$$

Dimensión fractal (2)

Curva de Koch

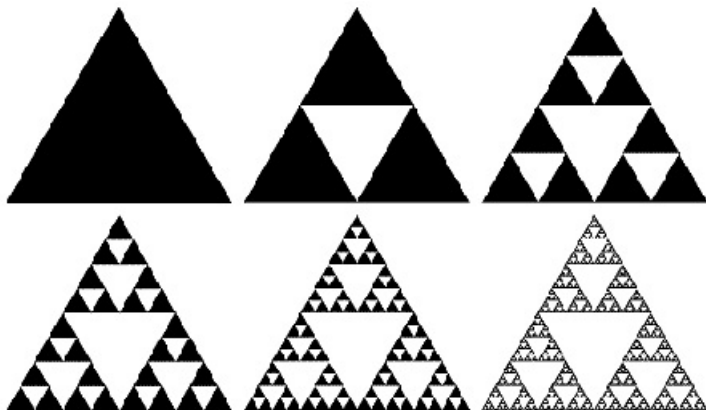


Dimensión fractal (3)

- ¿Cuántas copias de la curva original son necesarias para construir una versión más grande? Respuesta: 4
- ¿Cuál es el factor de escala que hay que aplicar a la Curva de Koch para obtener la curva más grande inmediatamente posterior?
Respuesta: 3
- La longitud del segmento 'que hace el mismo papel' en una versión y en la posterior está multiplicada por $1/3$.
- Así: $3^d = 4$, entonces, $d = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.26185.....$

Dimensión fractal (4)

Triángulo de Sierpinski

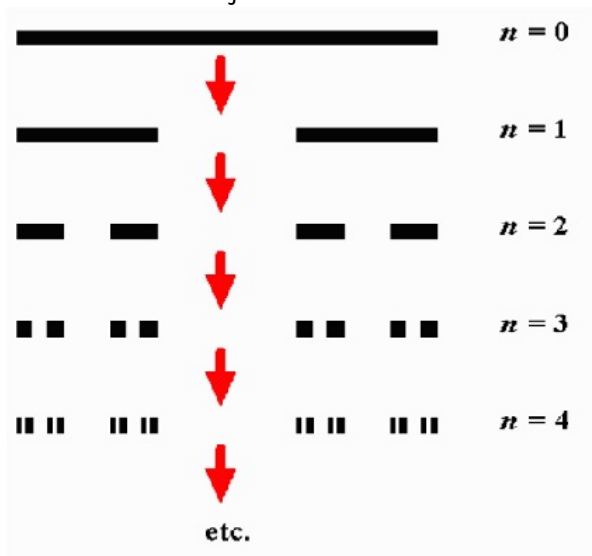


Dimensión fractal (5)

- Tenemos que ensamblar tres copias del Triángulo de Sierpinski para crear una versión más grande, que es el doble de tamaño que el original.
- La longitud de los lados del triángulo grande es doble de la longitud de los lados del triángulo original
- Así: $2^d = 3$, entonces, $d = \frac{\log 3}{\log 2} = 1.585.....$

Dimensión fractal (6)

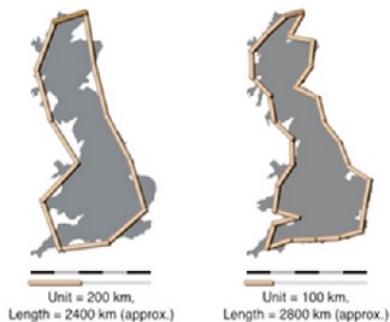
Conjunto de Cantor



Dimensión fractal (7)

- Tenemos dos copias de la iteración n del conjunto de Cantor para conseguir la iteración posterior.
- La longitud del segmento de la iteración $n+1$ es $1/3$ de la longitud del segmento de la iteración n 'que hace el mismo papel'.
- Así: $3^d = 2$, entonces, $d = \frac{\log 2}{\log 3} = 0.6309.....$

Dimensión fractal (8)



British coastline: 1.25

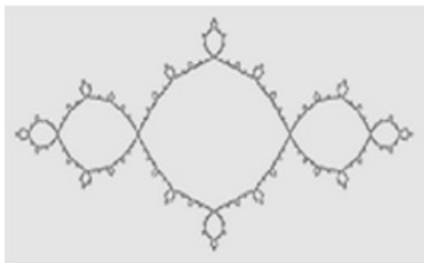


Cauliflower: 2.33

Dimensión fractal (9)



Surface of brain: 2.79



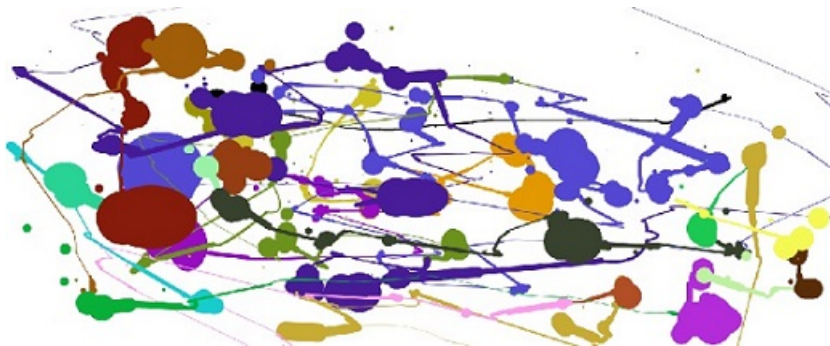
Julia attractor: 1.2683

Expresionismo abstracto. Jackson Pollock

Podemos generar un cuadro de expresionismo abstracto on-line y gratis.

<https://www.jacksonpollock.org/>

'Las pinturas de Jackson Pollock tienen una dimensión fractal característica, a dos escalas, que se acentúa con los años' (R. Taylor)

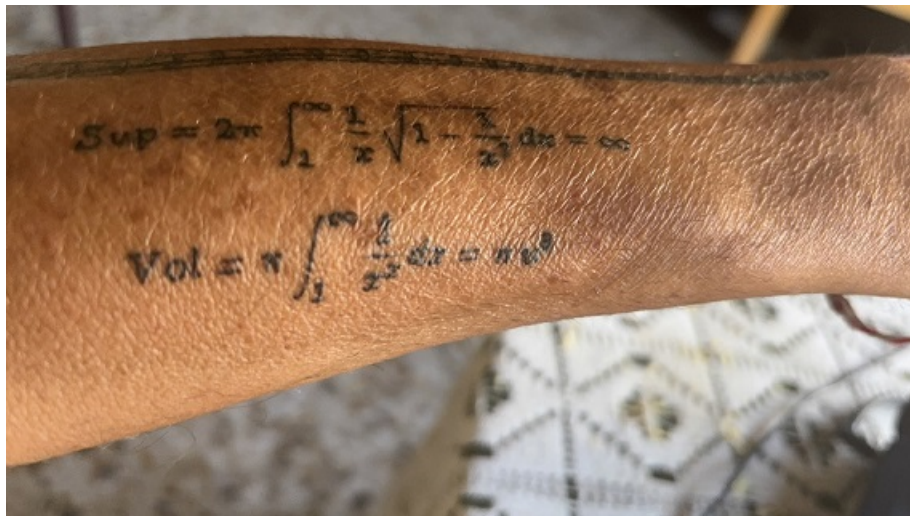


- [1] BURGER, E.B. AND STARBIRD, M.: *The Heart of Mathematics: An Invitation to Effective Thinking*, Editorial J. Wiley, 2005.
- [2] MANDELBROT, B.B.: *The Fractal Geometry of Nature*, Editorial Freeman and Co, 1982
- [3] FRAME, M, URRY, A: *Fractal Worlds. Grown, Built and Imagined*, Editorial Yale University Press, 2016.
- [4] Webpage of Chaos: <http://en.wikipedia.org/wiki/Chaos>
- [5] Webpage of Fractals: <http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal>

Matemáticas en la piel (1)



Matemáticas en la piel (2)



Matemáticas en la piel (3)



Thank you for your attention

Claudio Martínez Gil

Mail: cmartine@educacion.navarra.es

Web: <https://bit.ly/claudiomartinezgil>

Geogebra: <https://www.geogebra.org/u/cmartine>

Twitter: <https://x.com/clamartinezgil>

